Московский физико-технический институт

# РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ВОПРОСЫ
по курсу
**МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**
(II курс, I семестр)

Москва 2002

Составитель Л.Д. Кудрявцев
УДК 517

Рекомендуемые вопросы по курсу математического анализа (II курс, I семестр). Учебное пособие / МФТИ. М., 2002, 22 с.

## Лекция 1. *Мера множеств в n-мерном пространстве*

**1.** Что называется разбиением $T_k$ ранга $k = 0,1,2,...$ $n$-мерного арифметического евклидова пространства $\mathbb{R}^n$?

**2.** Как определяется объем $n$-мерного куба?

**3.** Как определяется объем множества, являющегося объединением кубов данного ранга?

**4.** Как определяются нижняя и верхняя меры Жордана произвольного множества в $\mathbb{R}^n$?

**5.** Как определяется измеримое по Жордану множество и его мера?

**6.** Будет ли измеримым по Жордану множество, верхняя мера Жордана которого равна нулю?

**7.** Привести пример неизмеримого по Жордану множества.

**8.** Почему нижняя (верхняя) мера Жордана любого множества неотрицательна?

**9.** Почему нижняя мера множества, имеющего внутреннюю точку, положительна?

**10.** Будут ли нижняя и верхняя меры Жордана ограниченного множества конечны?

**11.** Может ли неограниченное множество иметь конечную верхнюю меру Жордана?

**12.** Будет ли измеримое по Жордану множество ограничено?

**13.** В чем состоит монотонность (нижней, верхней) меры Жордана?

**14.** Будет ли подмножество множества жордановой меры ноль измеримым по Жордану? Если да, то чему будет равна его мера?

**15.** Если жорданова мера множества равна нулю, будет ли жорданова мера его замыкания также равна нулю?

**16.** В чем состоит полуаддитивность верхней меры Жордана?

**17.** Привести пример таких непересекающихся множеств $A \subset \mathbb{R}^n$ и $B \subset \mathbb{R}^n$, для которых $\mu_*(A \cup B) \neq \mu_* A + \mu_* B$.

**18.** Привести пример таких непересекающихся множеств $A \subset \mathbb{R}^n$ и $B \subset \mathbb{R}^n$, для которых $\mu^*(A \cup B) \neq \mu^* A + \mu^* B$.

**19.** Доказать, что для непересекающихся множеств $A \subset \mathbb{R}^n$ и $B \subset \mathbb{R}^n$ имеет место неравенство $\mu_* A + \mu_* B \leqslant \mu_*(A \cup B)$.

**20*.** Доказать, что если $A$ и $B$ открытые подмножества пространства $\mathbb{R}^n$, то

$$\mu_*(A \cup B) \leqslant \mu_* A + \mu_* B.$$

**21.** Показать, что объединение счетной совокупности множеств жордановой меры ноль не обязательно имеет меру ноль.

**22.** Показать, что для любого ограниченного множества $E$ справедливо включение

$$\partial E \subset \sigma_k(E) \subset S_k(\partial E),$$

где

$\sigma_k(E) = \cup Q^n_{Q^n \subset S_k(E), Q^n \not\subset s_k(E)}$,
$S_k(E) = \cup Q^n_{Q^n \cap E \neq \varnothing}$,
$s_k(E) = \cup Q^n_{Q^n \subset E}$, $Q^n \in T_k$, $k = 0,1,\ldots.$

**23.** Как формулируется критерий измеримости по Жордану множества в терминах меры его границы?

**24.** Какими включениями связаны границы объединения, пересечения и разности двух множеств с границами самих этих множеств?

**25.** Будут ли измеримы по Жордану объединение и пересечение конечного числа измеримых по Жордану множеств, а также разность двух таких множеств?

**26.** Будет ли всегда объединение счетной совокупности измеримых по Жордану множеств также измеримым по Жордану множеством?

**27.** Влияет ли на измеримость по Жордану множества добавление к нему или вычитание из него множества жордановой меры ноль? Изменяют ли указанные операции меру измеримого по Жордану множества?

**28.** В чем состоит конечная аддитивность меры Жордана?

**29.** Привести пример множества, замыкание которого измеримо, а само оно неизмеримо по Жордану.

**30.** Будет ли измеримым по Жордану замыкание измеримого по Жордану множества?

**31.** Будет ли измеримым по Жордану произведение $E\times$ $\times\, [a,b] \subset \mathbb{R}^{n+1}$ измеримого по Жордану множества $E \subset \mathbb{R}^n$ на отрезок $[a,b]$?

**32.** При каких условиях последовательности мер измеримых множеств, содержащих и содержащихся в измеримом множестве, имеют своим пределом его меру?

**33.** Изменяется ли мера множества при параллельном переносе?

## Лекция 2. *Множества жордановой меры ноль*

**1.** Чему равна мера Жордана графика непрерывной на компакте функции?

**2.** Чему равна $(n+1)$-мерная мера Жордана произведения множества $n$-мерной жордановой меры ноль на отрезок?

**3.** Существуют ли в $\mathbb{R}^n$ непрерывные кривые, имеющие положительную $n$-мерную меру Жордана?

**4.** Чему равна площадь (т.е. двумерная мера Жордана) плоской спрямляемой кривой?

**5.** Будет ли криволинейная трапеция, соответствующая непрерывной на отрезке функции, измеримым на плоскости по Жордану множеством?

**6.** Будет ли подмножество пространстве $\mathbb{R}^n$, граница которого является объединением конечного числа графиков непрерывных на компактах функций, измеримым по Жордану?

**7.** Будет ли $n$-мерный шар (эллипсоид, параллелепипед) измеримым по Жордану множеством?

## Определение кратного интеграла

**1.** Что называется разбиением множества на измеримые по Жордану множества?

**2.** Что называется мелкостью разбиения?

**3.** Что означает, что одно разбиение множества вписано в другое разбиение этого множества?

**4.** Чему равна сумма мер элементов разбиения данного множества?

**5.** Что называется интегральной суммой Римана заданной функции?

**6.** Как определяется предел интегральных сумм Римана в терминах пределов последовательностей при стремлении мелкости соответствующих разбиений к нулю?

**7.** Как определяется предел интегральных сумм Римана на $\varepsilon - \delta$ языке, когда мелкость соответствующих разбиений стремится к нулю?

**8.** Как определяется интеграл Римана для функции, определенной на измеримом по Жордану множестве? Совпадает ли в случае, когда это множество является отрезком, данное здесь определение с определением интеграла Римана по отрезку, данным раньше?

**9.** Чему равен предел сумм мер элементов разбиения данного измеримого по Жордану множества, пересекающихся с заданным множеством меры ноль при условии, что мелкости рассматриваемых разбиений стремятся к нулю? Как определяется этот предел?

**10.** Влияют ли на существование и величину предела интегральных сумм Римана ограниченной на измеримом множестве функции слагаемые этих сумм, соответствующие элементам разбиений, пересекающихся с некоторым множеством меры нуль?

**11.** Если ограниченная функция интегрируема на замыкании некоторого измеримого по Жордану множества, то будут ли суммы слагаемых интегральных сумм Римана, которые соответствуют элементам разбиений, не пересекающимся с границей множества, стремиться к интегралу от рассматриваемой функции, когда мелкости разбиений стремятся к нулю?

## Лекция 3. *Существование интеграла*

**1.** Чему равен интеграл от функции, определенной на множестве жордановой меры нуль?

**2.** Может ли быть неограниченная функция интегрируемой по Риману?

**3.** Привести пример функции неограниченной, но интегрируемой по Риману на множестве положительной жордановой меры.

**4.** Может ли существовать функция, интегрируемая по Риману, на измеримом по Жордану множестве, у которого существуют такие сколь угодно мелкие разбиения, что рассматриваемая функция неограничена на объединении всех элементов положительной меры каждого из указанных разбиений?

**5.** Может ли существовать неограниченная функция, интегрируемая по Риману на измеримом по Жордану открытом множестве? на замыкании измеримого по Жордану открытого множества?

**6.** Может ли существовать функция, интегрируемая по Риману на некотором измеримом по Жордану множестве $E$ (положительной меры), неограниченная на дополнении в $E$ к любому подмножеству жордановой меры нуль?

**7.** Привести пример функции $f$, для которой существуют интегралы Римана $\displaystyle\int f(x)dE_1$ и $\displaystyle\int f(x)dE_2$, но не существует интеграл $\displaystyle\int f(x)d(E_1 \cup E_2)$.

**8.** Как определяются нижняя и верхняя суммы Дарбу заданной функции при данном разбиении множества ее определения?

**9.** Как определяются пределы нижних и верхних сумм Дарбу, когда мелкости соответствующих разбиений стремятся к нулю?

**10.** Как формулируется критерий интегрируемости функций по Риману в терминах пределов верхних и нижних сумм Дарбу?

**11.** Как формулируется критерий интегрируемости функций по Риману в терминах колебаний функции на элементах соответствующих разбиений?

**12.** Будет ли интегрируемой по Риману функция, непрерывная на измеримом по Жордану компакте?

**13.** Будет ли функция интегрируема по Риману на некотором измеримом по Жордану множестве, если она непрерывно продолжаема на его замыкание?

## Лекция 4. *Свойства интеграла*

**1.** В чем состоит линейность интеграла?

**2.** В чем состоит аддитивность по множествам интеграла от ограниченных функций?

**3.** В чем состоит правило интегрирования неравенств?

**4.** Будет ли интегрируемо произведение интегрируемых функций?

**5.** Как оценивается абсолютная величина интеграла через интеграл от абсолютной величины подынтегральной функции?

**6.** Может ли равняться нулю интеграл от неотрицательной функции по измеримой по Жордану области (или по замыканию измеримой по Жордану области), если в некоторой точке эта функция положительна и непрерывна?

**7.** В чем состоит полная аддитивность интеграла по открытым измеримым множествам?

**8.** В чем состоит интегральная теорема о среднем для произведения интегрируемых по Риману функций, одна из которых знакопостоянна? Как формулируется эта теорема с помощью "среднего значения", если множество, по которому производится интегрирование, является областью?

## Лекция 5. *Сведение кратного интеграла к повторному*

**1.** Что называется интегралом, зависящим от параметра?

**2.** Что называется повторным интегралом?

**3.** Будет ли функция

$$F(x)=\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)dy,\ a\leqslant x\leqslant b,$$

непрерывна на отрезке $[a,b]$, если функция $f(x,y)$ непрерывна на множестве

$$E=\{(x,y):\ a\leqslant x\leqslant b,\ \varphi(x)\leqslant y\leqslant \psi(x)\},$$

а функции $\varphi$ и $\psi$ непрерывны на отрезке $[a,b]$?

**4.** Будет ли в предположениях вопроса 3 справедлива формула

$$\iint_E f(x,y)dxdy=\int_a^b dx\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)dy?$$

**5.** Указать достаточные условия, при которых справедлива формула

$$\int_a^b dx\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)dy=\int_c^d dy\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y)dx.$$

**6.** Как выглядит формула сведения трехкратного интеграла к трем последовательным однократным? к двум последовательным интегралам, из которых первый однократный, а второй двукратный? первый двукратный, а второй однократный?

**7.** Написать формулу сведения $n$-кратного интеграла к последовательным однократным.

**8.** Написать формулу, выражающую меру Жордана ($n$-мерный объем) множества $E \subset \mathbb{R}^n$ через меру Жордана его $(n-1)$-мерных сечений, параллельных одной из координатных гиперплоскостей.

**9.** Чему равна мера $n$-мерного шара?

**10.** Зависит ли мера множества от выбора системы координат? Почему?

## Лекция 6. *Замена переменных в кратном интеграле*

**1.** Как оценивается при линейном отображении расстояние между точками образа через расстояние их прообразов?

**2.** Как меняется мера множества при линейном отображении?

**3.** Как оценивается расстояние между точками образа компакта при непрерывно дифференцируемом отображении и при линейном отображении, порожденным его дифференциалом?

**4.** Чему равна мера образа компакта меры ноль при непрерывно дифференцируемом отображении?

**5.** Как при непрерывно дифференцируемом отображении оценивается верхняя мера образа $n$-мерного куба, пересекающегося с компактом, лежащем в отображаемом открытом множестве?

**6.** Может ли менять знак якобиан при непрерывно дифференцируемом отображении с якобианом, не обращающимся в ноль?

**7.** Во что отображаются внутренние и граничные точки множеств, точки их прикосновения при непрерывно дифференцируемом взаимно однозначном отображении с неравным нулю якобианом?

**8.** Будет ли при непрерывно дифференцируемом взаимно однозначном отображении с не равным нулю якобианом измеримым образ измеримого множества с замыканием, содержащимся в отображаемом открытом множестве?

**9.** Напишите формулу замены переменных в кратном интеграле по измеримому множеству. При каких предположениях Вы знаете, что она верна?

**10.** Напишите формулу замены переменных в кратном интеграле по измеримому открытому множеству. При каких предположениях Вы знаете, что она верна?

**11.** Является ли формула замены переменного в интеграле по отрезку, доказанная раньше, частным случаем формулы замены переменных в кратном интеграле?

**12.** Как выражается мера образа области через интеграл от якобиана отображения (в случае взаимно однозначных непрерывно дифференцируемых отображений)? Как интерпретируется это равенство, если заданное отображение рассматривать как переход от декартовых к криволинейным координатам?

**13.** В чем состоит геометрический смысл абсолютной величины якобиана?

**14.** В чем состоит геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области?

**15.** Что называется криволинейными координатами?

**16.** Каков геометрический смысл модуля якобиана при переходе к криволинейным координатам?

**17.** Чему равен якобиан преобразования к полярным координатам?

**18.** Чему равен якобиан преобразования к сферическим координатам?

**19.** Чему равен якобиан преобразования к цилиндрическим координатам?

## Лекция 7. *Криволинейные интегралы*

**1.** Как определяется криволинейный интеграл первого рода?

**2.** Всегда ли существует криволинейный интеграл первого рода от функции, непрерывной на спрямляемой кривой?

**3.** Зависит ли криволинейный интеграл первого рода от ориентации кривой?

**4.** Как выглядит формула для криволинейного интеграла первого рода по гладкой кривой в случае ее произвольного параметрического задания?

**5.** Как выглядит формула для криволинейного интеграла первого рода по графику непрерывно дифференцируемой по отрезку функции?

**6.** Как определяется криволинейный интеграл второго рода по гладкой кривой с помощью криволинейного интеграла первого рода?

**7.** Существует ли криволинейный интеграл второго рода от непрерывной функции по гладкой кривой?

**8.** Как зависит криволинейный интеграл второго рода от ориентации кривой?

**9.** Зависит ли выражение

$$\int_a^b F(\varphi(t),\psi(t),\chi(t))\varphi'(t)dt$$

от выбора параметра на кривой $\Gamma = \{\varphi(t),\psi(t),\chi(t);$ $a \leqslant t \leqslant b\}$.

**10.** Как определяются интегральные суммы криволинейного интеграла второго рода? Как определяется криволинейный интеграл второго рода с помощью этих сумм?

**11.** Как связаны между собой два определения криволинейного интеграла второго рода по гладкой кривой?

**12.** Как выглядит формула для криволинейного интеграла второго рода $\int\limits_{\Gamma} P\,dx$ (определенного как предел соответствующих интегральных сумм) по графику непрерывной на отрезке функции?

**13.** В каком случае кривые, имеющие не непрерывно дифференцируемые представления, называются гладкими?

**14.** Как определяются криволинейные интегралы первого и второго рода по кусочно гладким кривым?

## Формула Грина и ее следствия

**1.** Какая ориентация простого замкнутого контура на плоскости называется положительной?

**2.** Что называется положительной ориентацией границы области, когда эта граница состоит из конечного множества простых замкнутых контуров?

**3.** Что называется областью, элементарной относительно данной оси координат?

**4.** Как определяется непрерывная дифференцируемость функции на замкнутой области (например, на замкнутом круге)?

**5.** Что называется формулой Грина для плоской области, ограниченной одним контуром? конечным числом контуров? Для каких областей справедлива формула Грина?

**6.** Как с помощью формулы Грина вычисляется площадь области?

## Лекция 8. *Элементы теории поверхностей*

**1.** Что называется поверхностью? непрерывно дифференцируемой поверхностью?

**2.** Какие кривые называются координатными линиями на поверхности?

**3.** Какая точка поверхности называется неособой?

**4.** Как записывается условие, что данная точка поверхности неособая, через векторное произведение касательных векторов к координатным линиям?

**5.** Как выражается касательный вектор к кривой на поверхности через касательные векторы к координатным линиям?

**6.** Что называется касательной плоскостью к поверхности в данной ее точке?

**7.** Как записывается уравнение касательной плоскости к поверхности в векторном виде? в координатном виде? в случае явного (неявного) задания поверхности?

**8.** Что называется нормальной прямой к поверхности в данной ее точке? Как записывается ее уравнение?

**9.** Что называется первой квадратичной формой поверхности? Как выражаются коэффициенты первой квадратичной формы поверхности через касательные векторы к координатным линиям?

**10.** Как выражается дискриминант первой квадратичной формы поверхности через векторное произведение векторов, касательных к координатным линиям?

**11.** Будет ли первая квадратичная форма поверхности положительно определенной в любой точке поверхности? в ее неособой точке?

**12.** Как с помощью первой квадратичной формы поверхности выражается длина кривой на поверхности?

**13.** Что называется углом между кривыми в точке их пересечения?

**14.** Как с помощью первой квадратичной формы поверхности выражается угол между кривыми на поверхности?

**15.** Что называется площадью поверхности? Как она выражается с помощью интеграла и дискриминанта первой квадратичной формы поверхности?

**16.** Как выражается площадь поверхности, заданной явным представлением?

**17.** Что называется ориентацией гладкой поверхности?

**18.** Сколько ориентаций существует у гладкой параметрически заданной поверхности?

**19.** Какая система ориентированных замкнутых контуров, ограничивающих гладкие части кусочно гладкой поверхности, называется когерентно ориентированной?

**20.** Что называется кусочно гладкой поверхностью?

**21.** Какая ориентация контура, ограничивающего гладкую поверхность, называется согласованно ориентированной с единичной непрерывной нормалью на поверхности?

**22.** Как определяется ориентация кусочно гладкой поверхности?

**23.** Что такое внешняя (внутренняя) нормаль замкнутой поверхности?

**24.** Что такое лист Мебиуса, и почему он является неориентируемой поверхностью?

**25.** Что такое "верхняя" и "нижняя" стороны явно заданной гладкой поверхности?

## Лекция 9. *Поверхностные интегралы*

**1.** Что такое поверхностный интеграл первого рода по гладкой поверхности?

**2.** Что такое поверхностный интеграл второго рода по гладкой поверхности? Как он записывается в векторном виде? в координатном виде?

**3.** Как изменяется значение поверхностного интеграла второго рода при изменении ориентации поверхности?

**4.** Как записывается поверхностный интеграл первого рода для поверхности, заданной явным представлением?

**5.** Как записывается поверхностный интеграл второго рода через интеграл по плоской области изменения параметров поверхности?

**6.** Как записывается поверхностный интеграл второго рода по верхней стороне поверхности, заданной явным образом?

**7.** Как определяются поверхностные интегралы по кусочно гладким поверхностям?

## Лекция 10. *Скалярные и векторные поля*

**1.** Что называется скалярным полем? векторным полем?

**2.** Что называется градиентом функции?

**3.** Как выражается производная по направлению функции с помощью ее градиента?

**4.** Почему градиент функции не зависит от выбора прямоугольной системы декартовых координат?

**5.** Как направлен градиент функции относительно ее поверхности уровня?

**6.** Какая функция называется потенциальной функцией векторного поля?

**7.** Если у векторного поля существует потенциальная функция, то единственна ли она?

**8.** Что называется дивергенцией векторного поля?

**9.** Что называется вихрем (ротором) векторного поля?

**10.** Напишите координаты вихря векторного поля, заданного на плоской области.

**11.** Что называется циркуляцией векторного поля?

**12.** Что называется потоком векторного поля через поверхность?

**13.** Как записывается формула Гаусса–Остроградского в векторной форме? в координатной форме?

**14.** Для каких областей справедлива теорема Гаусса–Остроградского?

**15.** Как с помощью предельного соотношения определяется дивергенция векторного поля посредством его потока через замкнутую поверхность? Как из этого соотношения следует инвариантность дивергенции относительно выбора прямоугольных декартовых координат?

**16.** Как выражается объем области через поверхностных интеграл по ее границе?

## Лекция 11.

**17.** Как записывается формула Стокса в векторной форме? в координатной форме?

**18.** Для каких векторных полей и поверхностей справедлива теорема Стокса?

**19.** Чему равен поток ротора непрерывно дифференцируемого в некоторой области векторного поля через сферу, лежащую в указанной области?

**20.** Как с помощью предельного соотношения определяется проекция вихря векторного поля посредством его циркуляций в окрестности данной точки? Как из этого соотношения следует инвариантность с точностью до противоположного направления вихря векторного поля относительно выбора системы прямоугольных декартовых координат и изменение направления вихря при изменении ориентации системы координат?

### Соленоидальные векторные поля

**1.** Как определяется соленоидальность векторного поля в терминах его потоков через замкнутые поверхности?

**2.** Как формулируется критерий соленоидальности векторного поля в терминах его дивергенции?

**3.** Будет ли поле вихрей некоторого векторного поля соленоидальным?

## Лекция 12. *Потенциальные векторные поля*

**1.** Как связана независимость криволинейного интеграла $\int\limits_{\smile{AB}} \vec{a}d\vec{r}$ от пути интегрирования, соединяющего две произвольно выбранные точки $A$ и $B$, со значениями интегралов $\int\limits_{\Gamma} \vec{a}d\vec{r}$ по замкнутым контурам Г?

**2.** Как связана независимость криволинейного интеграла $\int\limits_{\smile{AB}} \vec{a}d\vec{r}$ от пути интегрирования, соединяющего две произвольно выбранные точки $A$ и $B$, с существованием потенциальной функции у векторного поля $\vec{a}$?

**3.** Как формулируется критерий потенциальности векторного поля с помощью его циркуляции?

**4.** Как выражается интеграл $\int\limits_{\smile{AB}} \vec{a}d\vec{r}$ через потенциальную функцию векторного поля $\vec{a}$?

**5.** Какая область (плоская, пространственная) называется односвязной?

**6.** Будет ли выпуклая область односвязной?

**7.** Будет ли плоская область с выколотой точкой односвязной?

**8.** Приведите примеры односвязных и неодносвязных пространственных областей.

**9.** Будет ли справедливо равенство $\mathrm{rot}\,\vec{a} = 0$ во всех точках области, в которой задано непрерывно дифференцируемое потенциальное векторное поле?

**10.** Будет ли потенциальным непрерывно дифференцируемое векторное поле, у которого его вихрь равен нулю во всех точках области, в которой это поле задано?

**11.** Как формулируется критерий потенциальности векторного поля в односвязной области в терминах вихря этого поля?

**12.** Приведите пример непрерывно дифференцируемого векторного поля, показывающий, что условие существования потенциальной функции поля не равносильно равенству нулю во всех точках вихря этого поля.

**13.** Будет ли поле градиентов некоторой функции потенциальным?

**14.** Будет ли поле $\vec{a} = \dfrac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$ соленоидальным? потенциальным? Чему равен его поток через сферу $x^2+y^2+z^2 = 1$? через сферу $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$?

**15.** Будет ли поле $\vec{a} = \dfrac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ соленоидальным? потенциальным?

## Лекция 13. *Формула Тейлора для функций многих переменных*

**1.** Как записывается формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в виде Лагранжа? При каких предположениях она справедлива?

**2.** Как записывается формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в виде Пеано? При каких предположениях она справедлива?

**3.** Как записывается формула конечных приращений Лагранжа для функций многих переменных? При каких предположениях она справедлива?

**4.** Единственно ли представление функции $f(x)$, $x = (x_1,x_2,...,x_n)$ в окрестности нуля $0 = (0,0,...,0)$ в виде суммы многочлена и остаточного члена более высокого порядка малости при $x \to 0$, чем старшие члены многочлена?

**5.** Как записывается ряд Тейлора для функций многих переменных?

**6.** Разложить в ряд Тейлора функцию $e^{x+y}$.

### Локальный экстремум функций многих переменных

**1.** Какая точка называется точкой (строгого) локального максимума функции? точкой (строгого) локального минимума?

**2.** Как в терминах частных производных формулируется необходимое условие локального экстремума функции многих переменных?

**3.** Что называется стационарной точкой функции?

**4.** Как формулируются достаточные условия строгого локального максимума (минимума) в данной точке в терминах знакоопределенности второго дифференциала? Как в тех же терминах формулируется условие, достаточное для отсутствия локального экстремума в данной точке?

**5.** Как формулируется критерий Сильвестра для положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы?

**6.** Как формулируются достаточные условия строгого экстремума в терминах определителей, элементами которых являются частные производные второго порядка для функции $n$ переменных? для функции двух переменных?

## Лекция 14. *Условный экстремум*

**1.** Какая точка называется точкой условного (относительного) локального экстремума функции относительно заданных уравнений связи?

**2.** При каких предположениях и в каком смысле задача о точках условного локального экстремума эквивалентна задаче о точках обычного локального экстремума?

**3.** Что можно сказать о линейной зависимости градиента функции в точке ее локального экстремума и градиентов функций, задающих уравнения связи в той же точке? Что можно добавить при дополнительном предположении о линейной независимости градиентов функций, задающих уравнение связи?

**4.** Какая функция называется функцией Лагранжа, соответствующей данной задаче об условном экстремуме функции?

**5.** Будет ли точка условного локального экстремума стационарной точкой функции Лагранжа, соответствующей данной задаче?

**6.** Будет ли стационарная точка функции Лагранжа точкой условного локального экстремума, если в ней второй дифференциал функции Лагранжа является знакоопределенной квадратичной формой при выполнении уравнений связи?

# СОДЕРЖАНИЕ