УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Д.А. Зубцов
10 декабря 2013 г.

ПРОГРАММА И ЗАДАНИЯ

по дисциплине:	**Уравнения математической физики**
по направлению	010900 «Прикладные математика и физика»
факультет:	**ФАЛТ**
кафедра:	**высшей математики**
курс:	III
Трудоёмкость:	обязательная часть — 2 зач. ед., вариативная часть— 2 зач. ед.
семестр:	6
лекции:	51 час
практические (семинарские) занятия:	34 часа
лабораторные занятия:	нет
ВСЕГО ЧАСОВ	— 85

Экзамен — 6 семестр

Самостоятельная работа — 1 час в неделю

Программу составил

Л.П. Купцов, к.ф.-м.н., доцент

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 23 ноября 2013 г.

Заведующий кафедрой Е.С. Половинкин

IV. Уравнения эллиптического типа

Метод разделения переменных и решение краевых задач в $\mathbb{R}^3$ (цилиндрические области; шар; шаровой слой; внешность шара; параллелепипед).

Функции Бесселя.

Полиномы Лежандра и присоединённые функции Лежандра. Сферические и шаровые функции.

V. Уравнения параболического типа

Тепловые функции (решения уравнения теплопроводности) и их свойства. Принцип максимума.

Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его свойства.

Задача Коши. Единственность решения. Интеграл Пуассона. Теорема существования решения задачи Коши.

Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой.

Смешанные задачи в ограниченной области. Теоремы о единственности решения. Метод разделения переменных.

Формулы Грина. Функции Грина смешанных задач. Интегральные представления решений соответствующих задач.

VI. Интегральные уравнения

Интегральное уравнение Абеля.

Уравнение Вольтерра.

Интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Метод последовательных приближений. Итерации ядер. Ряд Неймана. Резольвента.

Уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Кронекера–Капелли и Фредгольма.

Аппроксимация невырожденного ядра вырожденным.

Теоремы Фредгольма для непрерывного ядра.

Интегральное уравнение с симметричным ядром. Основные теоремы. Характеристические числа и собственные функции.

VII. Потенциалы

Ньютонов потенциал и его свойства.

Эллиптический потенциал простого слоя. Непрерывность в $\mathbb{R}^3$. Разрыв нормальной производной при переходе через поверхность.

Эллиптический потенциал двойного слоя. Скачок потенциала при переходе через поверхность.

Представление достаточно гладкой функции в виде суммы эллиптических потенциалов трех типов.

Сведение задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям второго рода на границе области.

Тепловые потенциалы: площади, объемные, простого слоя, двойного слоя. Их свойства. Представление достаточно гладкой функции в виде суммы тепловых потенциалов четырех типов.

Использование тепловых потенциалов для решения смешанных задач в ограниченной области.

VIII. Дополнительные вопросы (повышенный уровень)

Задача с данными на характеристике (задача Гурса).

Задача Коши для телеграфного уравнения и интегральное представление ее решения (формальный вывод).

Задача Коши для уравнения Трикоми и интегральное представление ее решения (формальный вывод).

Формула БКХ. Задача Коши для уравнения Колмогорова и интегральное представление ее решения (формальный вывод).

Литература

Основная

1. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – 5-е изд. – М.: Наука, 1988.
2. *Годунов С.К.* Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 1971.
3. *Михайлов В.П.* Лекции по уравнениям математической физики. – М.: Физматлит, 2001.
4. *Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И.* Сборник типовых задач по курсу уравнения математической физики. – М.: МФТИ, 2007.

Дополнительная

5. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1976.
6. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964.
7. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966.
8. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – 5-е изд. – М.: Наука, 1977. – 735 с.
9. *Уроев В.М.* Уравнения математической физики. – М.: ИФ Яуза, 1998.
10. *Трикоми Ф.* Лекции об уравнениях в частных производных. – М.: ИИЛ, 1957.

11. *Трикоми Ф.* Интегральные уравнения. – М.: ИИЛ, 1960.
12. *Николаев В.С.* Лекции по теории специальных функций. – М.: МФТИ, 2012.

З А Д А Н И Я

Все номера задач указаны по книге
Владимиров В.С., Вашарин А.А., Каримова Х.Х., Михайлов В.П., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: ФМЛ, 2001.

ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 17–22 марта)

1. Найдите функцию $u(x,y,z)$, удовлетворяющую при $r < 2$ уравнению Пуассона $\Delta u = xyz$ и равную нулю при $r = 2$.
16.15(1,2); 16.17(5); 16.20(2); 16.21(4); 16.25(1).
13.8(1,3,5).
20.45(2,3); 20.46(3); 20.47(1); 20.52(1,2).

2. Решите задачу Коши

$$\begin{cases} u_t + 5u_{xx} - 9v_{xx} = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ v_t + 6u_{xx} - 10v_{xx} = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ u(x,0) = e^x, \quad v(x,0) = \cos 2x. \end{cases}$$

3. Решите задачи Коши

а)* $\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2tu_{xy} + t^2 u_{yy}, \ (x,y) \in \mathbb{R}^2, \ t > 0, \\ u(x,y,0) = \delta(x-a)\cdot\delta(y-b), \\ a,b \quad \text{— параметры.} \end{cases}$

б) $\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2tu_{xy} + t^2 u_{yy}, \ (x,y) \in \mathbb{R}^2, \ t > 0, \\ u(x,y,0) = \sin^2(x+y). \end{cases}$

4. Решите задачи Коши $u_t = u_{xx} + xu_x$, $x \in \mathbb{R}$, $t > 0$,
а)* $u(x,0) = \delta(x-a)$, б) $u(x,0) = \cos^2 x$.

ЧЕТВЕРТОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 5–10 мая)

5.11(2); 5.12(3); 5.14(2); 5.15(3); 5.18(2,3); 5.21; 5.26(1); 5.28(2,3); 5.36(2).

15.1(1,3); 15.4(1); 15.13; 15.17(1).

18.7(1,2); 18.19(1,2); 18.20; 18.21(2).

5. С помощью потенциала двойного слоя решите задачу Дирихле для уравнения Лапласа внутри круга радиуса R.

6. С помощью тепловых потенциалов решите задачи:

а)* $\begin{cases} u_t = u_{xx},\ x > 0,\ t > 0, \\ u(x,0) = \sin x, \\ u(0,t) = \sin t; \end{cases}$ б) $\begin{cases} u_t = u_{xx},\ 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ u(0,t) = \sin t; \\ u(\pi,t) = \cos t, \\ u(x,0) = 0. \end{cases}$

Задания составил Л.П. Купцов, к.ф.-м.н., доцент