

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Д.А. Зубцов
10 декабря 2013 г.

ЗАДАНИЯ

по дисциплине:	<u>Дифференциальные уравнения</u>	
по направлению	<u>010900 «Прикладные математика и физика»</u>	
факультеты:	<u>ФАКИ, ФФКЭ, ФАЛТ, ФУПМ, ФИВТ</u>	
кафедра:	<u>высшей математики</u>	
курс:	<u>II</u>	
Трудоёмкость:	<u>обязательная часть — 2 зач. ед., вариативная часть — 1 зач. ед., дополнительная за сложность — 1 зач. ед.</u>	
семестр:	<u>4</u>	
лекции:	<u>34 часа</u>	
практические (семинарские) занятия:	<u>34 часа</u>	Экзамен — <u>4 семестр</u>
лабораторные занятия:	<u>нет</u>	Самостоятельная работа — <u>1 час</u> в неделю
ВСЕГО ЧАСОВ	<u>— 68</u>	

Задание составила

В.М. Ипатова, к.ф.-м.н., доцент

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 3 декабря 2013 г.

Заведующий кафедрой Е.С. Половинкин

З А Д А Н И Я

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»
для студентов 2 курса ФАКИ, ФФКЭ, ФАЛТ, ФУПМ, ФИВТ
на 4 семестр 2013/2014 учебного года

Литература

1. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению /под ред. В.К. Романко. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. (С)
2. *Филлипов А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1979, 1985, 1992, 2004, 2005. (Ф)

ЗАМЕЧАНИЯ

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи и разделы, отмеченные звёздочкой (*), являются необязательными для базового уровня.
3. Задачи, отмеченные двумя звёздочками (**), являются необязательными для повышенного уровня.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 10–15 марта)

I. Вариационное исчисление

С. § 19: 43; 55; 84; 101*; 103.

1. Исследовать функционал на экстремум

$$\int_1^e (2xy^2 + 2x^2yy' - xy'^2 - y' + 2y) dx, \quad y(1) = -1, \quad y(e) = e.$$

С. § 20.1: 9; 12. С. § 20.2: 3. С. § 20.3: 2. С. § 21: 7; 10*.

2. Исследовать функционал на экстремум

$$\int_0^{\pi/2} (y^2 \sin 2x - yy' \cos 2x + y'^2 + 2y' \sin x) dx, \quad y(0) = 1.$$

II. Исследование задачи Коши

С. § 5: 25; 26; 27. Ф.: 234; 1064*; 1066*; 1071*.

3. Найти все решения уравнения $y'' = \sqrt[3]{(y')^2}$, для которых $y'(0) = y(0) = 0$. Как полученный результат согласуется с теоремой существования и единственности решения задачи Коши?
С. § 6: 2; 36; 50; 44*; 47*.
4. Решить дифференциальное уравнение $x(y')^2 - 2yy' + y = 0$. Найти особые решения и изобразить интегральные кривые на координатной плоскости.
- а) Указать интегральные кривые, проходящие через точку $(0,0)$.
б) Найти решение, проходящее через точку $(1,2)$. Объяснить полученный результат. 20+7*

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 5–10 мая)

III. Исследование поведения фазовых траекторий

Ф.: 971; 972*; 973; 974; 975; 978* (для фокусов и узлов определить, являются ли они устойчивыми или неустойчивыми).
С. § 13: 8; 17; 33; 46. С. § 14: 6*; 12**.

5. Найти положения равновесия уравнения

$$\ddot{x} = \frac{2(4 - x^2) + (8 + x)\dot{x}}{x},$$

определить их характер и нарисовать фазовые траектории линейризованных уравнений в окрестности положений равновесия.

IV. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

Ф.: 1147; 1148; 1155; 1157. С. § 16: 12*.

V. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

С. § 17: 4; 6; 11; 24*; 28; 79; 100.

VI. Линейные уравнения с переменными коэффициентами

Ф.: 656; 657; 665; 667; 669*; 679. Ф.: § 22: 47; 57; 58; 63*.

Найти общее решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка, используя формулу Лиувилля-Остроградского:

С. § 9: 8; 11; 27; 52; 56; 68(a).

- 6.** Доказать, что уравнение Бесселя $x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0$, где $\nu = \text{const}$, при $x > 0$ не может иметь двух линейно независимых решений, ограниченных в окрестности нуля вместе со своими первыми производными.

VII. Теорема Штурма

Ф.: 723; 725*. С. § 10: 2; 3; 6; 10**.

- 7.** Доказать, что:

а) любое нетривиальное решение уравнения Бесселя

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0, \quad \nu = \text{const},$$

имеет бесконечное число нулей на $(0, +\infty)$;

б)* расстояние между последовательными нулями любого указанного выше решения стремится к π при $x \rightarrow +\infty$.

39+8*+2**

Задания составила

В.М. Ипатова, к.ф.-м.н., доцент