

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Теория функций комплексного переменного»
3 курс, 5 семестр, 2013/2014 уч.г.

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

1. Дифференцирование функций по комплексному переменному. Условия Коши–Римана. Понятие функции, регулярной в области.
2. Теорема об обратной функции.
3. Интегрирование функции по комплексному переменному. Основные свойства интегралов. Интегральная теорема Коши для регулярной функции в односвязной области.
4. Интегральная формула Коши.
5. Дифференцирование интеграла типа Коши. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций.
6. Степенной ряд и круг его сходимости. Ряд Тейлора. Разложение регулярной функции в степенной ряд, единственность разложения.
7. Понятие ряда Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, регулярной в кольце. Единственность разложения в ряд Лорана.
8. Теоремы Вейерштрасса. Регулярность суммы степенного ряда.
9. Теорема единственности регулярной функции.
10. Понятие первообразной. Достаточное условие существования первообразной у непрерывной функции.
11. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения.
12. Теорема о вычетах. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.
13. Понятие целой функции. Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана. Теорема Лиувилля. Теорема о разложении рациональной дроби в сумму простейших.
14. Теорема Сохоцкого для целых функций. Теорема Пикара (без доказательства).
15. Приращение аргумента z вдоль гладкого контура, его интегральное представление и свойства. Общий вид регулярных ветвей многозначных функций $\{\operatorname{Ln} z\}$ и $\{\sqrt[n]{z}\}$ в односвязной области.
16. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
17. Лемма об открытости. Принцип сохранения области. Однолиственность и многолиственность в малом.

18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения в области на комплексной плоскости. Критерий конформности в точке.
19. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной плоскости. Теорема Римана о существовании конформного отображения и принцип соответствия границ (без доказательства). Общий вид конформного отображения единичного круга на себя.
20. Дробно-линейная функция и её свойства.
21. Функция Жуковского и её свойства.
22. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
23. Гармонические функции двух переменных. Их связь с регулярными функциями. Принцип максимума и минимума гармонической функции. Принцип максимума модуля регулярной функции.
24. Классическая задача Дирихле для уравнения Лапласа. Единственность решения. Интеграл Пуассона для круга.
25. Сохранение гармоничности функции при конформном отображении области определения. Существование решения классической задачи Дирихле в ограниченной односвязной области.