

Экзаменационная программа
Введение в математический анализ
осенний семестр 2013–2014 учебного года
(базовый уровень)

1. Действительные числа. Теорема о существовании и единственности (точной) верхней (нижней) грани числового множества, ограниченного сверху (снизу) [без доказательства]. Счетность множества рациональных чисел, несчетность множества действительных чисел.

2. Предел числовой последовательности. Теорема Кантора о вложенных отрезках. Единственность предела. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов, связанные с неравенствами. Арифметические операции со сходящимися последовательностями. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число ε . Бесконечно большие последовательности и их свойства.

3. Подпоследовательности, частичные пределы. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Критерий Коши существования конечного предела последовательности.

4. Определения предела числовой функции одного переменного в терминах окрестностей и в терминах последовательностей, их эквивалентность. Свойства пределов функции. Существование односторонних пределов у монотонных функций.

5. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Односторонняя непрерывность. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва, их классификация.

6. Свойства функций, непрерывных на отрезке — ограниченность, достижимость (точных) верхней и нижней граней. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема об обратной функции.

7. Непрерывность элементарных функций. Определение показательной функции. Замечательные пределы.

8. Производная функции одного переменного. Односторонние производные. Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменного.

9. Производные высших порядков. Формула Лейбница для n -й производной произведения функций. Дифференциал второго порядка.

10. Теорема Ферма (необходимое условие существования локального экстремума). Теоремы о среднем Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Основные разложения по формуле Тейлора. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида $\frac{0}{0}$.

11. Применение производной к исследованию функций. Необходимые и достаточные условия монотонности, достаточные условия существования локального экстремума в терминах первой и второй производных. Выпуклость, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия выпуклости.

12. Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование с помощью замены переменных и по частям. Интегрирование рациональных функций.

13. Кривые на плоскости и в пространстве. Гладкая кривая, касательная к гладкой кривой, допустимая замена параметра. Длина кривой. Производная переменной длины дуги [без доказательства]. Натуральный параметр. Кривизна кривой, формулы для ее вычисления.