

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Аналитическая геометрия»
1 курс, осенний семестр, 2013/2014 уч.г.

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

(Поток Чубарова И.А.)

1. Направленные отрезки и операции над ними. Векторы. Коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность операций с векторами. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатном представлении. Условие линейной зависимости в координатной форме. Определители и системы линейных уравнений 2 и 3 порядков.
2. Ортогональное проектирование вектора на вектор. Скалярное произведение, его свойства, выражение в координатах, выражение в ортонормированном базисе. Формула для определения длины вектора и угла между векторами. Матрица Грама. Вычисление площади параллелограмма через определитель матрицы Грама.
3. Ориентированные тройки векторов. Векторное произведение, его свойства и геометрический смысл, выражение в произвольном и ортонормированном базисе. Критерий коллинеарности двух векторов. Формула двойного векторного произведения.
4. Смешанное произведение, его свойства, выражение в произвольном базисе, в ортонормированном базисе. Критерий компланарности трех векторов.
5. Радиус-вектор точки. Радиус-вектор точки, делящей отрезок в данном отношении. Применения: середина отрезка, векторы медианы треугольника, биссектрисы треугольника. Общая декартова и прямоугольная (ортонормированная) системы координат. Выражение координат вектора через координаты его конца и начала. Формулы для определения расстояния между точками. Изменение координат точки при замене системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Формулы перехода между прямоугольными системами координат на плоскости. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат.
6. Координатное задание линий на плоскости, поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Инвариантность порядка алгебраической линии (поверхности) при замене декартовой системы координат.
7. Прямая на плоскости и в пространстве. Векторные и координатные способы задания прямой на плоскости и в пространстве. Пучок прямых на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя параллельными прямыми, между двумя скрещивающимися прямыми. Угол между двумя прямыми.
8. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Вычисление расстояния от точки до плоскости, угла между плоскостями, расстояния между параллельными плоскостями. Пучок плоскостей. Задание прямой как линии пересечения двух плоскостей (переход к параметрическим уравнениям). Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
9. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их ортогональная классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центральные линии, уравнения для нахождения центра. Понятие об аффинной классификации линий второго порядка.
10. Эллипс, гипербола, парабола, заданные каноническими уравнениями. Фокусы, эксцентриситет, директрисы. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Асимптоты гиперболы. Уравнение касательной к эллипсу, гиперболы, па-

раболе. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

11. Алгебраические поверхности в пространстве. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения (второго порядка). Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды. Их основные свойства. Прямолинейные образующие.
12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Линейные преобразования плоскости.
13. Аффинные преобразования плоскости и их геометрические свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы однородной части аффинного преобразования. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий.
14. Матрицы, сложение матриц и умножения числа на матрицу, умножение матриц, свойства этих операций. Транспонирование матриц, транспонирование произведения двух матриц. Понятия обратной и обратимой матриц. Единственность обратной матрицы. Обращение произведения двух матриц.
15. Перестановки и подстановки, их четность и знак. Понятие определителя (детерминанта) квадратной матрицы в виде формулы полного разложения. Определители диагональной и треугольной матриц. Основные свойства определителя. Дополнительный минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Разложение определителя по строке или столбцу. Фальшивое разложение.
16. Определитель произведения двух матриц. Критерий обратимости матрицы. Правило Крамера для решения систем линейных уравнений. Формула для элементов обратной матрицы.