ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Уравнения математической физики»
3 курс, 6 семестр, 2013/2014 уч.г.

(Поток В.В. Шанькова)

1. Задача Коши для одномерного волнового уравнения: теорема о формуле Даламбера и утверждение о корректности задачи. Пример Адамара некорректной задачи Коши.
2. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в $\mathbb{R}^n$. Утверждение о единственности решения задачи Коши в классе ограниченных в каждой полосе функций.
3. Смешанная задача для волнового уравнения в ограниченной области. Условия согласования. Теоремы об интеграле энергии для ограниченной области и единственности решения. Метод Фурье на отрезке: построение «формального решения»; достаточные условия того, что «формальное решение» является классическим в терминах коэффициентов Фурье и в терминах гладкости.
4. Смешанная задача для параболического уравнения в ограниченной области. Условия согласования. Принцип максимума. Метод Фурье на отрезке: построение «формального решения»; достаточные условия того, что «формальное решение» является классическим в терминах коэффициентов Фурье и в терминах гладкости.
5. Задача Коши для уравнения теплопроводности в $\mathbb{R}^n$. Теорема о полной формуле Пуассона.
6. Задача Коши для волнового уравнения в $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^2$. Теорема о полной формуле Кирхгофа. Метод спуска и теорема о полной формуле Пуассона. Принцип Гюйгенса.
7. Гармонические функции в $\mathbb{R}^2$. Внутренняя задача Дирихле. Теоремы единственности и о непрерывной зависимости решения от граничной функции. Теорема о формуле Пуассона: гармоничность интеграла Пуассона; выполнение граничного условия.
8. Интегральные уравнения в вырожденным ядром. Три теоремы Фредгольма.
9. Интегральное уравнение с малым непрерывным ядром: теоремы о разрешимости и об описании решений через резольвенту.
10. Лемма об эквивалентности интегрального уравнения с непрерывным ядром интегральному уравнению с вырожденным ядром. Четыре теоремы Фредгольма.
11. Интегральные уравнения с симметричным непрерывным ядром. Теоремы о существовании наименьшего по модулю собственного значения и Гильберта–Шмидта.
12. Задача Штурма–Лиувилля. Теоремы существования и единственности функции Грина, об обратимости и положительности оператора Штурма-Лиувилля, о сведении задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
13. Задача Штурма–Лиувилля. Утверждения о кратности и счётности собственных значений. Теоремы Стеклова и о полноте системы собственных функций.
14. Определение функций Бесселя через степенной ряд. Утверждение о цилиндричности функций Бесселя. Теоремы об ортогональности и нулях функций Бесселя.
15. Смешанная задача о свободных колебаниях круглой мембраны, закреплённой по краю. Теорема о собственных функциях оператора Лапласа, обращающихся в нуль на границе круга. Построение формального решения.
16. Гармонические функции в $\mathbb{R}^3$. Теоремы об основной интегральной формуле и о среднем. Строгий принцип максимума.
17. Функция Грина задачи Дирихле. Теорема об интегральном представлении через функцию Грина. Функция Грина задачи Дирихле для шара; теорема о формуле Пуассона.
18. Теоремы о необходимом условии разрешимости и неединственности решения внутренней задачи Неймана. Теорема единственности решения внешней задачи Неймана.
19. Теорема об интегральном представлении функции Бесселя. Асимптотическое поведение функций Бесселя (без доказательства).
20. Гармонические функции в $\mathbb{R}^3$. Нестрогий принцип максимума. Теоремы единственности решения внутренней и внешней задач Дирихле.