

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
2 курс, весенний семестр, 2013/2014 уч.г.

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

1. Простейшие типы уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
2. Метод введения параметра для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной.
3. Методы понижения порядка для дифференциальных уравнений.
4. Общее решение линейного однородного уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
5. Общее решение линейного неоднородного уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.
6. Общее решение нормальной линейной однородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда существует базис из собственных векторов матрицы системы.
7. Общее решение нормальной линейной однородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда не существует базис из собственных векторов матрицы системы.
8. Отыскание решений нормальной линейной неоднородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда свободный член является векторным квазимногочленом.
9. Экспонента квадратной матрицы; матричные формулы решения задачи Коши для нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами.
10. Преобразование Лапласа и его применение для решения линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами (*кроме потоков А.М. Бишаева и В.Н. Диесперова*).
11. Простейшая задача вариационного исчисления.
12. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: задача со свободным концом, задача для функционалов, зависящих от нескольких неизвестных функций, и задача для функционалов, содержащих производные высших порядков.
13. Изопериметрическая задача.
14. Задача Лагранжа.
15. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений и для уравнения n -го порядка в нормальном виде.
16. Теорема о продолжении решений нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений и следствие из неё.
17. Непрерывная зависимость от параметров решения задачи Коши для нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференцируемость решения по параметрам, уравнение в вариациях (*кроме потока В.М. Ипатовой, без доказательства для потоков А.М. Бишаева и В.Н. Диесперова*).
18. Дифференцируемость по параметрам решения задачи Коши для нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, система уравнений в вариациях (*только для потока В.М. Ипатовой*).
19. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной. Особое решение.

20. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства фазовых траекторий нормальных автономных систем. Теорема о выпрямлении траекторий (*только для потока Диесперова В.Н., без доказательства*).
21. Классификация положений равновесия линейной автономной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка. Характер поведения фазовых траекторий в окрестности положения равновесия для автономных нелинейных систем второго порядка.
22. Первые интегралы систем дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла. Применение первых интегралов для понижения порядка системы уравнений.
23. Теорема о числе независимых первых интегралов системы дифференциальных уравнений.
24. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка; формула общего решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
25. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и для линейного уравнения n -го порядка.
26. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица и структура общего решения нормальной линейной однородной системы уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений и структура общего решения линейного однородного уравнения n -го порядка.
27. Определитель Вронского и формула Лиувилля–Остроградского для решений нормальной линейной однородной системы уравнений и для решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
28. Метод вариации постоянных для нормальной линейной неоднородной системы уравнений и для линейного неоднородного уравнения n -го порядка.
29. Теорема Штурма и следствия из неё.
30. Устойчивость по Ляпунову положения равновесия автономной системы. Достаточные условия асимптотической устойчивости положения равновесия автономной системы.
31. Исследование краевых задач для линейного уравнения второго порядка, в частности, при наличии малого параметра при старшей производной (*только для потока В.Н. Диесперова*).
32. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Асимптотическое поведение решений уравнения Бесселя при больших значениях аргумента (*только для потока В.Н. Диесперова*).