

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
2 курс, весенний семестр, 2013/2014 уч.г.

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

1. Простейшие типы уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
2. Метод введения параметра для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной.
3. Методы понижения порядка для дифференциальных уравнений.
4. Общее решение линейного однородного уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
5. Общее решение линейного неоднородного уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.
6. Общее решение нормальной линейной однородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда существует базис из собственных векторов матрицы системы.
7. Общее решение нормальной линейной однородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда не существует базис из собственных векторов матрицы системы.
8. Отыскание решений нормальной линейной неоднородной системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда свободный член является векторным квазимногочленом.
9. Экспонента квадратной матрицы; матричные формулы решения задачи Коши для нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами.
10. (*Поток Умнова А.Е.*): Преобразование Лапласа и его применение для решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
11. Простейшая задача вариационного исчисления.
12. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: задача со свободным концом, задача для функционалов, зависящих от нескольких неизвестных функций, и задача для функционалов, содержащих производные высших порядков.
13. Изопериметрическая задача (*кроме потока В.М. Ипатовой*).
14. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений (доказательство можно проводить для одного уравнения первого порядка). Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n -го порядка в нормальном виде (без доказательства).
15. (*кроме потока Ипатовой В.М.*) Непрерывная зависимость от параметров решения задачи Коши для нормальных систем (доказательство можно проводить для одного нормального уравнения первого порядка). Дифференцируемость решения по параметрам, уравнения в вариациях (без доказательства).
16. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной. Особое решение.
17. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства фазовых траекторий нормальных автономных систем.
18. Классификация положений равновесия линейной автономной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка. Характер поведения фазовых траекторий в окрестности положения равновесия для автономных нелинейных систем второго порядка.

19. Первые интегралы автономных систем дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла. Применение первых интегралов для понижения порядка системы уравнений.
20. Теорема о числе независимых первых интегралов системы дифференциальных уравнений.
21. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка; формула общего решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (*без доказательства для потока В.М. Ипатовой*).
22. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и для линейного уравнения n -го порядка.
23. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица и структура общего решения нормальной линейной однородной системы уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений и структура общего решения линейного однородного уравнения n -го порядка.
24. Определитель Вронского и формула Лиувилля–Остроградского для решений нормальной линейной однородной системы уравнений и для решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
25. Метод вариации постоянных для нормальной линейной неоднородной системы уравнений и для линейного неоднородного уравнения n -го порядка.
26. Теорема Штурма и следствия из неё.
27. Устойчивость по Ляпунову положения равновесия автономной системы. Достаточные условия асимптотической устойчивости положения равновесия линейной автономной системы.